מטרתנו היא להוכיח שקבוצה נל"ח שלמה A אינה פשוטה, כלומר, משלימתה מקיפה קבוצה נל"ח אינסופית. דרך פשוטה לקבלת תוצאה זאת היא מציאת פונקציה חשיבה L כך שלכל קבוצה סופית x זרה ל-A קיים $L(x) \notin A \cup x$. פונקציה L כזאת יוצרת את הסידרה x_n המוגדרת ברקורסיה ע"י $x_n = L(\{x_0, \ldots, x_{n-1}\})$. לפי הנחתנו על L כל איברי הסידרה שונים זה מזה והם אינם ב-A. ברור גם כי הסידרה היא פונקציה חשיבה ולכן טווח הסידרה הוא קבוצה נל"ח.

כדי להגיע לפונקציה L כזאת נתבונן תחילה בהוכחת אי החשיבות של בעיית העצירה בשיטת הליכסון. נלכסן בדרך שונה רק במעט מן הדרך המקובלת כדלקמן. נניח שהקבוצה $\{I \mid I \in W_I\}$ היא חשיבה. אז תהי G התוכנית המלכסנת על הפונקציות החשיבות המוגדרת ע"י

$$[G](I) = \begin{cases} 0 & I \notin W_I \\ \text{לולאה אינסופית} & \text{אחרת} \end{cases}$$

נראה עתה מהו $[G](G)$. אם חישוב זה נעצר, כלומר אם $G \in \{I \mid I \in W_I\}$ אז, לפי הגדרת G, $[G](G)$ נכנס ללולאה אינסופית ואינו עוצר. אם, מאידך, חישוב $[G](G)$ אינו נעצר אז, לפי הגדרת G, $[G](G)$ נעצר ונותן את הערך 0. כך קבלנו סתירה מן ההנחה שהקבוצה $\{I \mid I \in W_I\}$ חשיבה.

נחזור על הוכחה זאת רק שנצמצם את התחום של $[G]$ לקבוצה P חשיבה שהיא חלקית ל- $\{I \mid I \notin W_I\}$ (ובעצם מה שנעשה עובד גם כאשר P נל"ח). למרות שהמקרה הדרוש לנו הוא כאשר P חלקית ל- $\{I \mid I \notin W_I\}$ לא נשתמש בהנחה זאת בשלב זה. G, אם כן, מוגדרת ע"י

$$[G](I) = \begin{cases} 0 & I \in P \\ \text{לולאה אינסופית} & \text{אחרת} \end{cases}$$

נראה גם עתה מהן $[G](G)$. אם חישוב זה נעצר אז, לפי הגדרת G, קיים $G \in P$, ואם החישוב אינו נעצר אז, לפי הגדרת G, $G \notin P$. כך הוכחנו כי $G \in P \cap \{I \mid I \in W_I\} \cup \{I \mid I \notin W_I\} \setminus P$, ובמיוחד, אם P זר ל- $\{I \mid I \in W_I\}$ אז $G \notin \{I \mid I \in W_I\} \cup P$.

התוכנית G תלויה כמובן בתוכנית לקבוצה P, לכן אם נקח ל-P קבוצה סופית x אז G היא פונקציה חשיבה של x ונכתוב אותה כ-$G(x)$. לפי מה שהוכחנו קיים $x \cap \{I \mid I \in W_I\} = \emptyset \to G \notin \{I \mid I \in W_I\} \cup x$ לכן G היא פונקציה היוצרת קבוצה נל"ח במשלימה של הקבוצה $\{I \mid I \in W_I\}$ (כמו הפונקציה L לעיל) ולכן הקבוצה הנל"ח $\{I \mid I \in W_I\}$ אינה פשוטה.

כעת נוכיח את מה שהוכחנו זה עתה לקבוצה $\{I \mid I \in W_I\}$ לקבוצה A נל"ח שלמה כלשהי. מכיוון ש-A שלמה קיימת פונקציה חשיבה F המעתיקה את $\{I \mid I \in W_I\}$ ל-A ואת $\{I \mid I \notin W_I\}$ למשלימה ל-A. נשנה עתה את הגדרת G להגדרה

$$[G(x)](I) = \begin{cases} 0 & F(I) \in x \\ \text{לולאה אינסופית} & \text{אחרת} \end{cases}$$

אם $F(G(x)) \in x$ אז, לפי הגדרת $G(x)$, $[G(x)](G(x)) = 0$ ולכן $G(x) \in \{I \mid I \in W_I\}$ ולכן, לפי התכונה של F, $F(G(x)) \in A$. מקרה זה לא יתכן אם x זרה ל-A. אם $F(G(x)) \notin x$ אז, לפי הגדרת $G(x)$ $[G(x)](G(x))$ נכנס ללולאה אינסופית, ולכן $G(x) \in \{I \mid I \notin W_I\}$ ולכן, לפי התכונה של F, $F(G(x)) \notin A$. כך, אם x זרה ל-A אז $F(G(x)) \notin A \cup x$. לכן $F(G(x))$ היא פונקציה L כנדרש לעיל.